

SESSION DE 1988

Concours Général

COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

(Classes terminales C, D et E)

(Durée : 5 heures)

SOLUTION

LA RESONANCE MAGNETIQUE NUCLEAIRE (RMN)

I. MOMENT MAGNÉTIQUE

1°

$$\mathbf{F}_{BC} = i \mathbf{BC} \wedge \mathbf{B}_0 = -i a B_0 \mathbf{u}_y.$$

2°

$$\mathbf{F}_{AB} = i \mathbf{AB} \wedge \mathbf{B}_0 = i b B_0 \cos \vartheta \mathbf{u}_z; \mathbf{F}_{DA} = i \mathbf{DA} \wedge \mathbf{B}_0 = -\mathbf{F}_{BC};$$

$$\mathbf{F}_{CD} = i \mathbf{CD} \wedge \mathbf{B}_0 = -\mathbf{F}_{AB}; \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}.$$

Le cadre est donc soumis à un couple de forces dont le moment est donné par $\vec{\Gamma} = \mathbf{AB} \wedge \mathbf{F}_{BC} = -i ab B_0 \sin \vartheta \mathbf{u}_z$:

$$\vec{\Gamma} = -i S B_0 \sin \vartheta \mathbf{u}_z, \quad \|\vec{\Gamma}\| = i S B_0 \sin \vartheta.$$

3° L'expression $\vec{\Gamma} = \mathbf{AB} \wedge \mathbf{F}$ est indépendante du centre de réduction du système de forces : $\vec{\mathcal{M}} = i S \mathbf{n}$; $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \mathbf{B}_0$.

4° $\Gamma_\Delta = -i S B_0 \sin \vartheta$. Les positions d'équilibre du cadre sont celles pour lesquelles $\Gamma_\Delta = 0$

$$\Rightarrow \sin \vartheta = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vartheta = 0 \text{ équilibre stable} \\ \vartheta = \pi \text{ équilibre instable.} \end{cases} \quad \text{Le flux d'induction à tra-}$$

vers le cadre est donné par $\phi = \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n} S = B_0 S \cos \vartheta$. La position d'équilibre stable est celle pour laquelle le flux d'induction est maximal.

$$5^{\circ} dW = \Gamma_{\Delta} d\vartheta = -i S B_0 \sin \vartheta d\vartheta \Rightarrow$$

$$W = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} dW = i S B_0 (\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1) = i (\phi_2 - \phi_1)$$

$\vec{\Gamma} \cdot \vec{\omega}$ représente la puissance du couple de forces électromagnétiques.

II. MOUVEMENTS DE PRÉCESSION

$$1^{\circ} \mathbf{f}_m = q \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = m \mathbf{a} \text{ (le poids est négligé)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}.$$

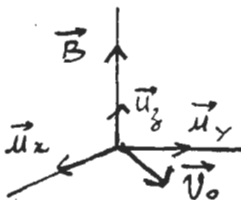
Le théorème de l'énergie cinétique donne : $\frac{dE_c}{dt} = \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} = 0$;

$E_c = \text{cte} = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \text{cte}$. Un champ magnétique indépendant du temps n'accélère pas une particule chargée.

2°

$$a) \mathbf{B} = B \mathbf{u}_z ; v = \text{cte} = v_0 ; \mathbf{a} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} \Rightarrow \ddot{z} = 0 ;$$

$\dot{z} = 0 ; z = 0$. La trajectoire de la particule est plane perpendiculaire à \mathbf{B} .



$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_N \text{ avec } a_T = \frac{dV}{dt} = 0 ; a_N = a \text{ soit :}$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{q v B}{m} \Rightarrow R = \frac{m v_0}{q B}.$$

Le mouvement de la particule est circulaire uniforme.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = -\frac{q}{m} \mathbf{B} \wedge \mathbf{v} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{v}.$$

Le vecteur vitesse \mathbf{v} tangent à la trajectoire précède donc dans un plan perpendiculaire à \mathbf{B} avec la vitesse angulaire

$$\vec{\omega}_0 = -\frac{q}{m} \mathbf{B} :$$

$$\boxed{\vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}}$$

$\gamma > 0$, \mathbf{v} précède dans le sens \mathbf{u}_y , \mathbf{u}_x ; $\gamma < 0$, \mathbf{v} précède dans le sens contraire.

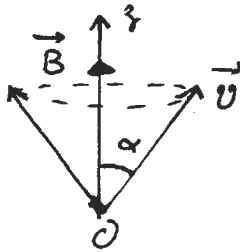
$$b) v = v_0 = \text{cte}, v_{//} = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}}{B} \quad \text{et} \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{B} \quad \text{avec}$$

$$\vec{\omega}_0 = -\frac{q}{m} \mathbf{B}; \quad \frac{dv_{//}}{dt} = 0 : v_{//} = \text{cte} = v_{0//} \quad \text{soit} \quad v \cos \alpha = v_0 \cos \alpha_0,$$

$$\text{or, } v = v_0 \Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha_0 \Rightarrow \alpha = \alpha_0.$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_\perp \quad \text{avec} \quad \frac{d\mathbf{v}_{//}}{dt} = \mathbf{0} \Rightarrow \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{v}_\perp; \quad \mathbf{v}_\perp \text{ pré-}$$

cesse donc à vitesse constante $\vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}$ autour de Oz .



Le vecteur vitesse \mathbf{v} de module constant v_0 décrit un cône de révolution d'axe Oz , de demi-angle au sommet α avec la vitesse angulaire constante $\vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}$.

$$c) \mathbf{f}_m + \mathbf{f} = m \mathbf{a} \Rightarrow m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} - \frac{m \mathbf{v}}{\tau} \Rightarrow \dots$$

$$\dots \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} - \frac{\mathbf{v}}{\tau}.$$

$$\mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (v^2) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (v^2) = \dots$$

$$\dots v \frac{dv}{dt} = -\frac{v^2}{\tau} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{\tau} \Rightarrow \dots$$

$$\boxed{v = v_0 e^{-t/\tau}}$$

τ constante de temps de décroissance du module de la vitesse.

$$\mathbf{B} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{B} \cdot \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \frac{d}{dt} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}) \Rightarrow \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}_0) e^{-t/\tau}.$$

$$B v \cos \alpha = B v_0 \cos \alpha_0 e^{-t/\tau} \text{ or } v = v_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha_0$$

$$\boxed{\alpha = \alpha_0}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}; \quad v_{//} = v \cos \alpha_0 = v_0 e^{-t/\tau} \cos \alpha_0 = v_{0//} e^{-t/\tau};$$

$$v_{\perp} = v \sin \alpha_0 = v_{0\perp} e^{-t/\tau}.$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{v}_{\perp} - \frac{\mathbf{v}_{\perp}}{\tau} \text{ avec } \vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}. \text{ Si } \mathbf{v}_{\perp} = v_{\perp} \mathbf{u} :$$

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} \mathbf{u} + v_{\perp} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{v}_{\perp} - \frac{\mathbf{v}_{\perp}}{\tau};$$

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} = -\frac{v_{\perp}}{\tau} \Rightarrow -\frac{v_{\perp}}{\tau} + v_{\perp} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = v_{\perp} \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{u} - \frac{\mathbf{v}_{\perp}}{\tau}$$

d'où :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{u}}$$

\mathbf{u} précesse à la vitesse constante $\vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}$ autour de \mathbf{B} . L'extrémité de la composante \mathbf{v}_{\perp} décrit une spirale logarithmique à vitesse angulaire constante $\vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}$.

$$\omega_0 \tau \gg 1$$



$$\omega_0 \tau \ll 1$$



\mathbf{v} dont le module $v = v_0 e^{-t/\tau}$ décroît exponentiellement, décrit un cône de révolution d'axe \mathbf{B} de demi-angle au sommet α_0 à vitesse angulaire constante $\vec{\omega}_0 = -\gamma \mathbf{B}$.

$$3^\circ \quad a) \quad \frac{d\vec{\mathcal{M}}}{dt} = \gamma' \vec{\mathcal{M}} \wedge \mathbf{B}_0 = -\gamma' \mathbf{B}_0 \wedge \vec{\mathcal{M}} \text{ analogue à}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\gamma \mathbf{B} \wedge \mathbf{v}. \quad \gamma' \text{ est homogène à } \frac{q}{m}; \quad \gamma' \text{ s'exprime en C kg}^{-1}.$$

$$b) \quad \frac{d\vec{\mathcal{M}}}{dt} = \vec{\omega}'_0 \wedge \vec{\mathcal{M}} \quad \text{avec} \quad \vec{\omega}'_0 = -\gamma' \mathbf{B}_0; \quad \vec{\mathcal{M}} \text{ précesse}$$

comme \mathbf{v} autour de \mathbf{B}_0 avec la vitesse angulaire $\vec{\omega}'_0 = -\gamma' \mathbf{B}_0$.

Application numérique :

$$\text{proton : } \omega'_0 = 2,67 \cdot 10^8 \text{ rad}^{-1}; \quad N'_0 = 4,25 \cdot 10^7 \text{ Hz};$$

$$\lambda = 7,06 \text{ m ondes radio}$$

$$\text{électron : } \omega'_0 = 1,77 \cdot 10^{11} \text{ rad}^{-1}; \quad N'_0 = 2,82 \cdot 10^{10} \text{ Hz};$$

$$\lambda = 1,06 \text{ cm ondes centimétriques.}$$

$$4^\circ \quad a) \quad \text{Si } \mathbf{B}_0 = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{\Sigma} \vec{\mathcal{M}} = \mathbf{0} \text{ (agitation thermique)} \quad \vec{\mathcal{M}}_0 = \mathbf{0}.$$

$$b) \quad \frac{d\vec{\mathcal{M}}_{//}}{dt} = \frac{(\vec{\mathcal{M}}_0 - \vec{\mathcal{M}}_{//})}{T_1} \Rightarrow \frac{d\mathcal{M}_{//}}{dt} + \frac{\mathcal{M}_{//}}{T_1} = \frac{\mathcal{M}_0}{T_1} \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathcal{M}_{//} = \mathcal{M}_0 (1 - e^{-t/T_1} + \mathcal{M}_{0//} e^{-t/T_1})}$$

$\vec{\mathcal{M}}_{//}$ varie exponentiellement de $\vec{\mathcal{M}}_{0//}$ à $\vec{\mathcal{M}}_0$ avec une constante de temps T_1 :

$$\frac{d\vec{\mathcal{M}}}{dt} = \gamma' \vec{\mathcal{M}}_1 \wedge \mathbf{B}_0 - \frac{\vec{\mathcal{M}}_1}{T_2} = \vec{\omega}'_0 \wedge \vec{\mathcal{M}}_1 - \frac{\vec{\mathcal{M}}_1}{T_2} \text{ analogue}$$

$$\text{à } \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \mathbf{v} - \frac{\mathbf{v}}{\tau} \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_{01} e^{-t/T_2}}$$

L'extrémité de $\vec{\mathcal{M}}_1$ décrit une spirale logarithmique avec la vitesse angulaire constante $\vec{\omega}'_0 = -\gamma' \mathbf{B}_0$. L'extrémité de $\vec{\mathcal{M}}$ décrit autour de \mathbf{B}_0 avec la vitesse $\vec{\omega}'_0$ la courbe ci-après. Après quelques T_1 ou T_2 , les composantes $\vec{\mathcal{M}}_{//}$ et $\vec{\mathcal{M}}_1$ atteignent leur valeur à l'équilibre.



$\vec{\Gamma}_1 = \vec{\mathcal{M}}_1 \wedge \mathbf{B}_0$ et la puissance dissipée est $p = \vec{\Gamma}_1 \cdot \vec{\omega}'_0 = 0$.

La relaxation transversale n'absorbe pas d'énergie (perte de cohérence de phase).

III. RÉSONANCE MAGNÉTIQUE NUCLÉAIRE

1° Le champ tournant \mathbf{B}_1 peut être produit par superposition de deux champs perpendiculaires, sinusoïdaux, de même amplitude, de même pulsation et en quadrature.

2° a) En régime forcé $\vec{\mathcal{M}}_{//} = \vec{\mathcal{M}}_0$. Dans le plan perpendiculaire à \mathbf{B}_0 , la relation (3) devient :

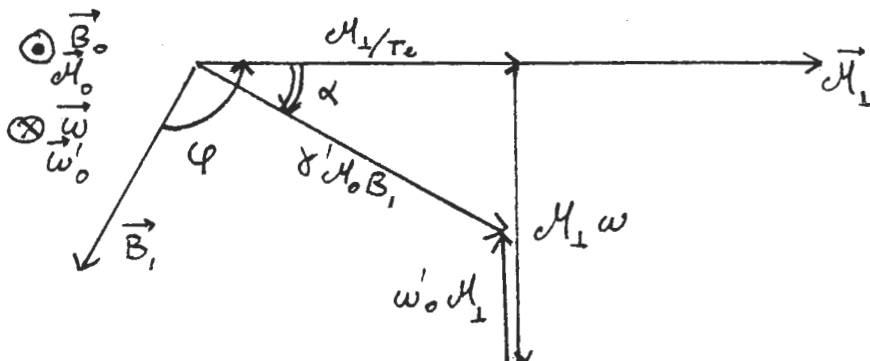
$$\frac{d\vec{\mathcal{M}}_1}{dt} = \gamma' \vec{\mathcal{M}}_0 \wedge \mathbf{B}_1 + \gamma' \vec{\mathcal{M}}_1 \wedge \mathbf{B}_0 - \frac{\vec{\mathcal{M}}_1}{T_2}$$

ou :

$$\begin{aligned} \frac{\vec{\mathcal{M}}_1}{T_2} + \frac{d\vec{\mathcal{M}}_1}{dt} + \gamma' \mathbf{B}_0 \wedge \vec{\mathcal{M}}_1 &= \gamma' \vec{\mathcal{M}}_0 \wedge \mathbf{B}_1 \\ \frac{\vec{\mathcal{M}}_1}{T_2} + \frac{d\vec{\mathcal{M}}_1}{dt} + \vec{\mathcal{M}}_1 \wedge \vec{\omega}'_0 &= \gamma' \vec{\mathcal{M}}_0 \wedge \mathbf{B}_1; \quad \vec{\mathcal{M}}_0 \cdot \mathbf{B}_0 > 0 \end{aligned}$$

$\frac{d\vec{\mathcal{M}}_1}{dt}$ de module $\mathfrak{N}_1 \omega$ est en quadrature avance sur \vec{M}_1 .

Il y a analogie avec la construction de Fresnel pour un circuit RLC par exemple.



$$\mathfrak{N}_1^2 \left[\frac{1}{T_2^2} + (\omega - \omega'_0)^2 \right] = \gamma'^2 \mathfrak{N}_0^2 B_1^2$$

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{\gamma' \mathfrak{N}_0 B_1 T_2}{\sqrt{1 + (\omega - \omega'_0)^2 T_2^2}}$$

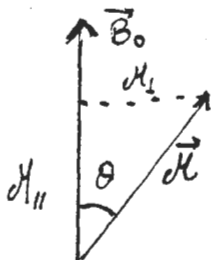
$$b) \varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha; \quad \operatorname{tg} \varphi = \cotg \alpha :$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{T_2 (\omega'_0 - \omega)}$$

$$\sin \varphi = \cos \alpha = \frac{\mathfrak{N}_1}{\gamma' \mathfrak{N}_0 B_1 T_2}$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega - \omega'_0)^2 T_2^2}}$$

c) Il y a résonance pour \mathfrak{M}_\perp pour $\omega = \omega'_0$ résultat prévisible *a priori* : $\sin \varphi = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\mathfrak{M}_{\perp \max} = \gamma' \mathfrak{M}_0 B_1 T_2$.



$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\mathfrak{M}_\perp}{\mathfrak{M}_\parallel} = \frac{\mathfrak{M}_0 \gamma' B_1 T_2}{\mathfrak{M}_0} \quad \boxed{\operatorname{tg} \vartheta = \gamma' B_1 T_2.}$$

d) La puissance volumique $\mathfrak{F}(\omega)$ absorbée par l'échantillon est : $\mathfrak{F}(\omega) = \vec{\Gamma} \cdot \vec{\omega}$ avec :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathfrak{M}} \wedge (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1) = (\vec{\mathfrak{M}}_0 + \vec{\mathfrak{M}}_\perp) \wedge (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1)$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathfrak{M}}_0 \wedge \mathbf{B}_0 + \vec{\mathfrak{M}}_0 \wedge \mathbf{B}_1 + \vec{\mathfrak{M}}_\perp \wedge \mathbf{B}_0 + \vec{\mathfrak{M}}_\perp \wedge \mathbf{B}_1.$$

Or :

$$\vec{\omega} // \text{à } \mathbf{B}_0 \text{ et } \vec{\mathfrak{M}}_0 \quad \mathfrak{F}(\omega) = (\vec{\mathfrak{M}}_\perp \wedge \mathbf{B}_1) \cdot \vec{\omega} \Rightarrow \mathfrak{F}(\omega) = \mathfrak{M}_\perp B_1 \omega \sin \varphi.$$

$$\boxed{\mathfrak{F}(\omega) = \frac{\gamma' \mathfrak{M}_0 B_1^2 T_2 \omega}{1 + (\omega - \omega'_0)^2 T_2^2}.$$

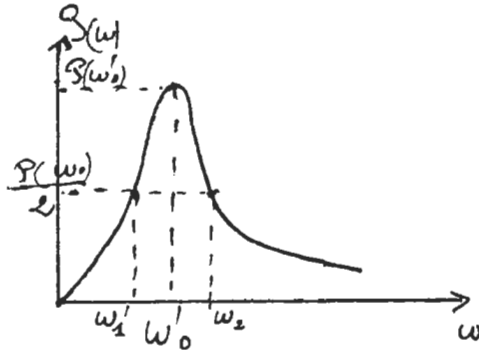
e) $\omega'_0 T_2 \gg 1$ amortissement faible de la composante $\vec{\mathfrak{M}}_\perp$:

$$\frac{d \mathfrak{F}(\omega)}{d \omega} \geq 0 \quad \text{si} \quad 1 + T_2^2 (\omega'^2_0 - \omega^2) \geq 0 \Rightarrow \omega \leq \sqrt{\omega'^2_0 + \frac{1}{T_2^2}}.$$

$\mathfrak{F}(\omega)$ est maximale pour $\omega \approx \omega'_0$ ($\omega'_0 T_2 \gg 1$).

$$\mathfrak{F}(\omega'_0) = \gamma' \mathfrak{M}_0 B_1^2 T_2 \omega'_0 = A \omega'_0 \quad \text{avec} \quad A = \gamma' \mathfrak{M}_0 B_1^2 T_2.$$

$$\mathfrak{F}(\omega_1) = \mathfrak{F}(\omega_2) = \frac{\mathfrak{F}(\omega'_0)}{2} \Rightarrow \frac{A \omega}{1 + T_2^2 (\omega - \omega'_0)^2} = \frac{A \omega'_0}{2}.$$



On pose :

$$x = \frac{\omega}{\omega'_0} \quad \text{et} \quad u = \omega'_0 T_2 \Rightarrow u^2 x^2 - 2x(1+u^2) + 1 + u^2 = 0$$

$$\Delta' = 1 + u^2 \approx u^2$$

$$x = \frac{1}{u^2} (1 + u^2 \pm u) \approx 1 \pm \frac{1}{u} \Rightarrow \boxed{\omega_1 = \omega'_0 - \frac{1}{T_2}}$$

et

$$\boxed{\omega_2 = \omega'_0 + \frac{1}{T_2}}$$

d'où :

$$\boxed{\Delta\omega T_2 = 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta\omega : \text{ordre de grandeur de la bande} \\ \text{passante,} \\ T_2 : \text{ordre de grandeur de la durée} \\ \text{du signal.} \end{array} \right.$$

Le produit de ces deux grandeurs est égal à 1. Il s'agit d'un résultat très général et d'une extrême importance (télécommunications par exemple).

L'énergie absorbée est dissipée en chaleur dans le réseau.

$$\begin{aligned} 3^\circ \quad a) \quad \mathbf{B}_2 &= \mu_0 n i \mathbf{u}_x = \mu_0 n I_m \cos \omega t \mathbf{u}_x & \mathbf{B}_0 &= B_0 \mathbf{u}_x \\ \mathbf{B}_1 &= B_1 \cos \omega t \mathbf{u}_x + B_1 \sin(-\omega t) \mathbf{u}_y & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}'_1 = \\ 2 B_1 \cos \omega t \mathbf{u}_x \end{array} \right. \\ \mathbf{B}'_1 &= B_1 \cos \omega t \mathbf{u}_x + B_1 \sin \omega t \mathbf{u}_y \end{aligned}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 n I_m}{2}; \quad \mathbf{B}_1 \text{ et } \mathbf{B}'_1 \text{ tournent en sens contraires}$$

à la même vitesse angulaire ω .

b) \mathbf{B}'_1 , tournant dans le sens contraire à celui de la précession libre donnerait une puissance absorbée :

$$\mathfrak{F}'(\omega) = \frac{\gamma' \mathfrak{M}_0 B_1^2 T_2 \omega}{1 + T_2^2 (\omega + \omega'_0)^2}. \quad \text{Pour } \omega \approx \omega'_0 :$$

$$\mathfrak{F}'(\omega'_0) = \frac{\gamma' \mathfrak{M}_0 B_1^2}{4 \omega'_0 T_2} \text{ est négligeable devant } \mathfrak{F}(\omega'_0). \text{ Seul, le}$$

champ \mathbf{B}_1 tournant dans le sens de la précession libre donne le phénomène de résonance.

c) Le flux d'induction à travers la bobine réceptrice comportant N spires de surface S est :

$$\phi = N S \mathbf{B}' \cdot \mathbf{u}_y = K \mu_0 N S \overrightarrow{\mathfrak{M}}_1 \cdot \mathbf{u}_y$$

avec, à la résonance :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{\mathfrak{M}}_1, \mathbf{u}_y) &= \omega'_0 t + \psi \quad \text{ct} \quad \mathfrak{M}_1(\omega'_0) = \gamma' B_1 \mathfrak{M}_0 T_2 \\ \phi &= K \mu_0 N S \mathfrak{M}_1(\omega'_0) \cos(\omega'_0 t + \psi). \end{aligned}$$

$$\text{La f.é.m. induite dans la bobine est : } e = - \frac{d\phi}{dt},$$

$$e = K \mu_0 \omega'_0 N S \mathfrak{M}_1(\omega'_0) \sin(\omega'_0 t + \psi)$$

$$e = E_m \sin(\omega'_0 t + \psi)$$

avec :

$$E_m = K \mu_0 \omega'_0 N S \gamma' \mathfrak{M}_0 B_1 T_2.$$

$$\text{Le facteur de qualité du circuit est : } Q = \frac{1}{RC \omega'_0},$$

$$\underline{u}_c = \underline{e} \frac{j/C\omega}{R + j(L\omega - 1/C\omega)}. \quad \text{A la résonance } LC\omega'^2 = 1$$

$$\underline{u}_c = \underline{e} \frac{j}{RC\omega'_0}.$$

$$U_{c \max} = \frac{E_m}{RC\omega'_0} = Q E_m.$$

$$U_{c \max} = Q K \mu_0 \omega'_0 N S \gamma' \mathfrak{N}_0 B_1 T_2.$$

IV. APPLICATION A LA CHIMIE ORGANIQUE

1° a) H_3C-I : mono-iodométhane ; H_3C-O-H : méthanol.

L'oxygène est plus électronégatif que l'iode. La liaison $\overset{+\delta}{C}-\overset{-\delta}{O}$ est plus polarisée que la liaison $C-I$. L'effet d'écran électronique est donc moins important pour les hydrogènes du groupement CH_3 dans le méthanol que dans le mono-iodométhane.

b)

$$O \Rightarrow Z = 18,2 \% \quad H \Rightarrow Y = 13,6 \% \quad C \Rightarrow X = 68,2 \%.$$

$$C_x H_y O_z : \quad \frac{12x}{X} = \frac{y}{Y} = \frac{16z}{Z} = \frac{M}{100} \quad M = 88 \text{ g mol}^{-1}$$

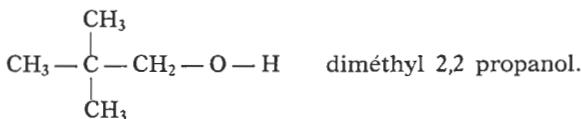
$x = 5, y = 12, z = 1 \Rightarrow C_5H_{12}O$ est la formule brute du composé.

Le premier isomère est un alcool primaire.

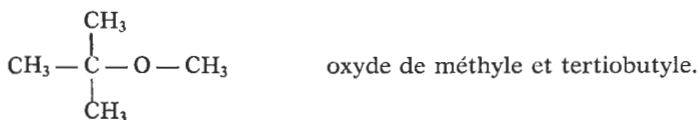
Le spectre A de la fig. 5 montre de droite à gauche un signal concernant 9 atomes d'hydrogène équivalents, puis celui d'un groupement méthylène CH_2 et enfin un pic plus déplacé concernant un atome H.

Le spectre B ne montre que deux signaux dans le rapport 3/1 ; le premier pic concerne 9 H équivalents, le suivant est celui des 3 H équivalents d'un groupement méthyle.

Le spectre A est celui de l'alcool primaire :



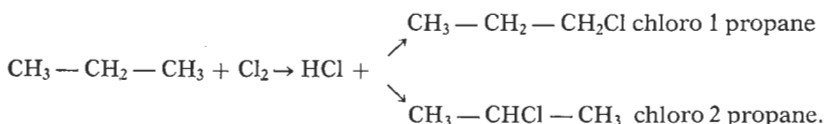
Le spectre B est celui de l'isomère éther oxyde :



2° L'analyse du spectre de l'éthanol donne de droite à gauche :

- un triplet du groupement méthyle ; les hydrogènes adjacents sont ceux de CH_2 : $n = 2 \Rightarrow 2 + 1 = 3$ composantes ;
- un quadruplet du groupement méthylène CH_2 ; 3 atomes d'hydrogène de CH_3 adjacents : $n = 3 \Rightarrow 3 + 1 = 4$ composantes ;
- le singulet du groupement hydroxyle (pas d'atome d'H adjacent : $n = 0 \Rightarrow 1$ composante). L'oxygène étant plus électro-négatif que le carbone, l'effet d'écran est moins marqué pour cet hydrogène. Le déplacement chimique par rapport au TMS augmente lorsqu'on passe de CH_3 à OH .

La monochloration du propane donne deux isomères :



Le spectre RMN du chloro 1 propane doit comporter trois signaux. Le chlore étant plus électro-négatif que le carbone, l'effet d'écran électronique sera moins marqué pour les protons de CH_2Cl que pour ceux de CH_2 et CH_3 .

De gauche à droite, on doit rencontrer :

- un signal d'aire totale 3 comportant 3 composantes (triplet),
- un signal d'aire totale 2 comportant 6 composantes ($5 + 1$),
- un signal d'aire totale 2 comportant 3 composantes.

Le spectre B répond à cette description.

Le spectre RMN du chloro 2 propane ne doit comporter que deux signaux :

- un doublet de surface totale 6 ; signal donné par les six H : deux groupements méthyle équivalents adjacents à un H de CHCl ;
- un signal d'aire totale 1 comportant $6 + 1 = 7$ composantes plus déplacé que le premier par rapport au signal TMS.

Le spectre A répond à cette description.

L. ALLOUCH

et les membres du Jury.